

文章编号 1004-924X(2008)09-1787-06

星点质心定位算法最优门限研究

潘波^{1,2}, 杨根庆¹, 刘勇¹

- (1. 中国科学院上海微系统与信息技术研究所, 上海 200050;
2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要: 为了实现星点质心定位算法的门限取值最优化, 对影响最优门限取值的各种因素如星图的信噪比, 光斑的离散采样等进行了研究。通过理论计算建立了取得最优质心定位精度情况下的门限值与星点灰度之间的关系函数, 结合星像离散采样仿真试验结果与该关系函数, 提出了一种基于星点灰度信息的最优门限确定方法。根据星点灰度信息与最优门限的关系, 制作了基于灰度信息的最优门限曲线模板, 采用线性插值方法确定最佳门限的取值。最后给出了该方法的门限估算精度, 并与其他门限确定方法得到的质心定位精度进行了比较。仿真与试验结果表明, 在研制的相机系统信噪比范围内, 最优门限估计误差灰度值 <3 , 比现有门限确定方法可提高 $1/100 \sim 1/10$ pixel量级的质心定位精度, 能够满足质心定位算法门限取值动态最优化的要求。

关键词: 质心法; 最优门限; 亚像素; 定位

中图分类号: V448.21; TP391.4 **文献标识码:** A

Study on optimization threshold of centroid algorithm

PAN Bo^{1,2}, YANG Gen-qing¹, LIU Yong¹

- (1. *Shanghai Institute of Microsystem & Information Technology, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200050, China;*
2. *Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract: In order to obtain optimization threshold for the centroid algorithm, several kinds of influencing factors, such as signal-to-noise ratio, discrete gathering of star point and so on, are studied. Based on theoretical computation, a function is established to depict the relationship between the luminosity of star spot and the threshold with optimization centroid accuracy. Then, by combining the function with the simulation results of discrete gathering of star spot, a method of obtaining the optimization threshold based on luminosity of star spot is proposed. Based on the relationship between optimization threshold and luminosity of the spot, a curve model is established, and the optimization threshold is deduced by interpolation. The threshold estimation accuracy of the method is shown, and the centroid accuracy is also compared with those of various thresholding algorithms. The experimental results indicate that the luminosity estimation error of the optimization threshold is less than 3 under different SNR conditions of the camera system, and the centroid locating accuracy by proposed

收稿日期: 2007-12-10; 修订日期: 2008-03-31.

基金项目: 国家 863 研究发展计划资助项目

method has raised by 1/100~1/10 pixel level as compared with those of other methods, which can satisfy the requirement of dynamic threshold optimization of centroid algorithm.

Key words: centroid algorithm; optimization threshold; sub-pixel; star locating

1 引言

天体测量以测量大量天体的位置为基本目的,采用软件处理方法的数字星像定位技术很有意义。在空间成像系统中,一般是将星目标看作理想的点光源,通过设计一个离焦的光学系统,将星点图像弥散在几个 CCD 像元上,然后通过细分定位算法来求星点中心位置,使星点定位达到亚像元或更高的精度。目前求星像中心的超精度亚像元内插细分算法有^[1]:灰度加权质心法,灰度平方加权质心法,高斯曲面拟和法等,抛物面拟和法。传统质心法计算简单,但是对峰值两侧的弱信号依赖较多,抗噪声干扰能力较弱,当噪声增大时,精度降低;曲面拟合法计算比较复杂,精度较高。通常人们多选取灰度加权质心法来计算星点图像的质心。

加权质心定位方法主要是设定一个门限,将高于这一门限的像素作为星点目标,将原图像与二值化阈值相减,然后对相减后的图像求质心。影响加权质心定位算法精度的因素主要有光学系统误差、图像传感器噪声、采样离散化误差和电路噪声等^[2-3]。可以证明采用合适的门限,能使质心法的定位精度与拟和法的精度差距 $<0.5\%$ 个像元^[4]。本文研究了影响最优门限取值的各种因素,提出了一种最优门限的选取方法。仿真与实验证明,该方法能够有效实现质心定位算法门限选取的最优化。

2 加权质心法最优门限研究

2.1 加权质心法

质心法是以灰度为权值的加权形心法,带门限的质心法可以表示为^[5]:

$$x_0 = \frac{\sum \sum x I'(x, y)}{\sum \sum I'(x, y)}, y_0 = \frac{\sum \sum y I'(x, y)}{\sum \sum I'(x, y)}, \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} I'(x, y) = I(x, y) - T, [I(x, y) > T], \\ I'(x, y) = 0, [I(x, y) \leq T] \end{cases}, \quad (2)$$

式中, $I(x, y)$ 为像素灰度值, (x_0, y_0) 为计算出来的质心坐标, T 为门限值。由式(2)可以看出,对于加权质心法,门限的取值将直接影响到定位算法的精度。针对不同的星图信噪比,星像光斑的弥散特性以及 CCD 离散采样等条件,使质心误差最小化的门限称为最优门限。对于最优门限的确定,现有文献多是简单地将 T 设定为几倍的系统读出噪声^[5],或是取值为一个正比于星像极值点强度的值^[6],这些方法并不能满足质心定位算法门限选取的最优化。本文从理论推导与仿真试验的角度对影响门限取值的因素进行了分析,提出了一种在不同信噪比及 CCD 离散采样情况下的最优门限确定方法。

2.2 理论最优门限研究

为了考察各种因素对最优门限取值的影响,先不考虑 CCD 采样的离散性,即相当于将像素尺度看作无穷小,在加噪声情况下,对质心定位误差最小时的门限进行研究。

由星像点扩散函数可知,像点 (x, y) 的光强为:

$$I(x, y) = I_{\max} \exp\left(-\frac{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2}{2\sigma_{\text{PSF}}^2}\right), \quad (3)$$

其中,光斑极值点 $I_{\max} = I_{\text{tot}} / (2\pi\sigma_{\text{PSF}}^2)$, I_{tot} 为星斑总光强, σ_{PSF} 为高斯半宽。若以 T 为门限的加权质心法来计算星点中心,则可以看作质心计算是在半径为 R_0 的圆形开窗 $D: (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \leq R_0^2$ 内进行, T 与 R_0 关系可以表示为^[4]:

$$T = I_{\max} \exp(-R_0^2 / [2\sigma_{\text{PSF}}^2]), \quad (4)$$

则由加权质心算法得出的质心坐标可以表示为:

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{\iint_D x [I(x, y) - T] dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T] dx dy}, \\ y_0 &= \frac{\iint_D y [I(x, y) - T] dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T] dx dy}, \end{aligned} \quad (5)$$

给星像添加噪声,设像素点 (x, y) 含有方差

为 $\Delta I^2(x, y)$ 的噪声,则由噪声引起的定位误差 Δx_0 可以表示为对 $\Delta I(x, y)$ 的全微分:

$$\Delta x_0 = \frac{\partial x_0}{\partial I(x, y)} \cdot \Delta I(x, y) = \frac{\iint_D (x - x_0) \Delta I(x, y) dx dy}{\iint_D [I(x, y) - T] dx dy}, \quad (6)$$

考虑到噪声 $dI(x, y)$ 误差按平方传递^[4-5],则有:

$$\Delta x_0^2 = \frac{\iint_D (x - x_0)^2 \Delta I^2(x, y) dx dy}{(\iint_D [I(x, y) - T] dx dy)^2}. \quad (7)$$

这就是理想情况下噪声对加权质心法定位精度影响的基本方程,CCD 噪声包括散粒噪声,暗电流噪声,复位噪声等^[7],而噪声模型统计学上可分为两种^[3,8]:在 CCD 成像过程中,与成像相关的光电子噪声、零信号输出和热电子的噪声信号可看作为泊松分布的背景信号;在 CCD 摄像头输出图像时,由于电子线路中电荷转移信号放大模数变换等环节产生的读出噪声的存在进一步降低了像质,读出噪声为高斯随机分布。

考察具有代表性的加性噪声以及乘性噪声分别为高斯白噪声 $N(0, n^2)$ 以及泊松噪声的方差 $\Delta I^2(x, y)$ 分别为 n^2 和对应点的信号强度 $I(x, y)$,用 Δx_{0n} 和 Δx_{0p} 表示它们对质心定位误差的贡献,则有:

$$\Delta x_0^2 = \Delta x_{0n}^2 + \Delta x_{0p}^2, \quad (8)$$

$$\Delta x_{0n}^2 = \frac{n^2 \cdot \iint_D (x - x_0)^2 dx dy}{(\iint_D [I(x, y) - T] dx dy)^2}, \quad (9)$$

$$\Delta x_{0p}^2 = \frac{\iint_D (x - x_0)^2 I(x, y) dx dy}{(\iint_D [I(x, y) - T] dx dy)^2}. \quad (10)$$

令 $r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2$, $z = R_0^2 / (2\sigma_{\text{PSF}}^2)$,利用三角函数分步积分,可得到

$$\Delta x_{0n}^2 = \frac{z^2 e^{2z}}{4\pi(e^2 - z - 1)^2} \cdot \frac{n^2}{I_{\text{max}}^2}, \quad (11)$$

$$\Delta x_{0p}^2 = \frac{e^z}{e^2 - z - 1} \cdot \frac{1}{2\pi I_{\text{max}}^2}. \quad (12)$$

由式(11),(12)联立令 $f(z) = \Delta x_0^2 = \Delta x_{0n}^2 + \Delta x_{0p}^2$,研究关于变量 z 的函数 $f(z) \sim z$ 可知, $f(z)$ 在区间 $z \in (1, \infty)$ 时为凹函数,所以其极值点

即为最小的质心定位误差,令 $f'(z) = 0$,则得到极值点时 z 的取值与信号强度及噪声的关系式:

$$\frac{I_{\text{max}}}{n^2} = e^z \cdot \left(1 - \frac{z^2}{e^2 - z - 1}\right). \quad (13)$$

将式(4)带入(11)式即可得到最小质心定位误差下的门限值,即为最优门限 T_{opt} 与信号强度及噪声的关系:

$$\frac{T_{\text{opt}}}{n^2} = 1 - \frac{\ln^2(I_{\text{max}}/T_{\text{opt}})}{I_{\text{max}}/T_{\text{opt}} - \ln(I_{\text{max}}/T_{\text{opt}}) - 1}. \quad (14)$$

对于特定相机系统来说,读出噪声 $N(0, n^2)$ 与光斑高斯半宽 σ_{PSF} 一定,则光斑峰值 I_{max} 与星点总的强度 I_{tot} 成正比,因此由式(14)可知,理论情况下最优门限 T_{opt} 只与光斑总的信号强度 I_{tot} 有关。即只要确定星像的灰度信息,就能确定最优门限的取值。

2.3 CCD 采样对理论最优门限的影响

在实际成像过程中,由于 CCD 对于光斑信号的离散化采样,以及光斑位置的随机性,随之带来的信号能量变化将会影响最优门限的取值。研制的空间相机所选 CCD 探测器为 E2V 公司 1 024 pixel \times 1 024 pixel 的帧转移面阵 CCD 探测器,光学系统高斯半宽为 0.67 个像元,总读出噪声折算到图像的灰度标准差为 10,实测最大探测星等为 13~14 等星,1 600 ms 曝光时间在 CCD 上等效光斑灰度峰值为 500~200。本文通过多次星像仿真,研究了 CCD 离散取样对最优门限取值的影响。采用高斯点扩散函数构造星点图像,构造函数为:

$$I(x, y) = I_{\text{max}} \exp\left(-\frac{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}{2\sigma_{\text{PSF}}^2}\right), \quad (15)$$

其中, (x_c, y_c) 为光斑中心,像元大小为 1,填充因子约为 100%, $\sigma_{\text{PSF}} = 0.67$ 。 (x, y) 点的灰度值由区间 $[x - 0.5, x + 0.5]$, $[y - 0.5, y + 0.5]$ 内的细分灰度值求和取平均得到。噪声的仿真采用先将每个像素替换成对应灰度值生成的泊松随机数,然后叠加均值为 0,标准差为 10 的高斯白噪声。从统计意义上对各种光斑分布以及星点信号强度情况下的最优门限与理论结果进行了比较。

图 1 给出了光斑峰值为 $I_{\text{max}} = 400$ 光强下 50 次仿真得到的光斑中心在 x 方向上相对像素细分位置与对应的最优门限 t_{opt} 之间的关系,同时图中横线也标示出了使得各个位置平均定位误差最小情况下的门限 T_{opt} ,其中横轴为光斑中心在

像素内的细分坐标,纵轴为相应门限与光斑峰值 I_{\max} 的比值。

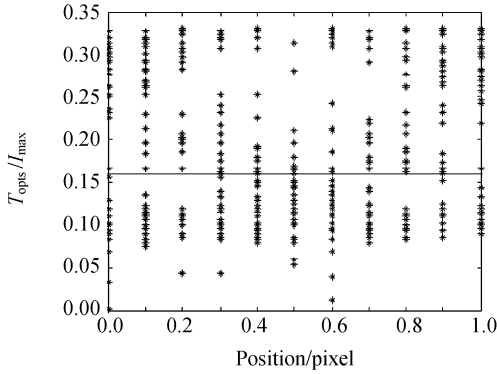


图 1 最优门限仿真结果

Fig. 1 Simulation results of optimization threshold

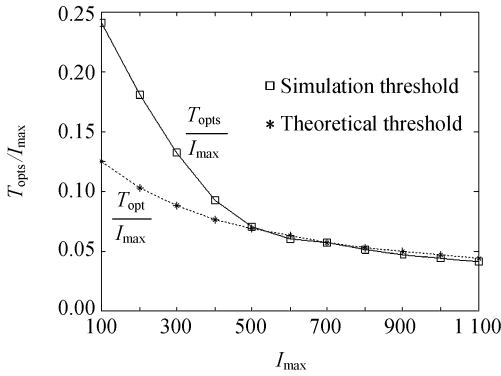


图 2 CCD 离散采样对理论最优门限的影响

Fig. 2 Effect of CCD discrete gathering on theoretical optimization thresholds

由图 1 可知,因为噪声的随机性,在各个位置最优门限的统计平均值 T_{opts} 两侧,与光斑位置对应的最优门限 t_{opts} 动态范围非常大,并没有稳定的最优门限与光斑位置相对应,也就是说最优门限与光斑相对像素位置无关。

图 2 给出了不同光斑强度下的 T_{opts} 与式(14)计算出来的理论最优门限 T_{opt} 在不同信号强度下的比较,其中横轴为对应的光斑峰值 I_{\max} ,纵轴为门限与光斑峰值 I_{\max} 的比值。由图 2 中的曲线 $T_{\text{opts}}/I_{\max} \sim I_{\max}$ 可以看出,除了在低信噪比情况下由于 CCD 离散化采样的影响更为突出,导致该曲线与理论曲线产生了较大的偏离处,随着信噪比的增加,曲线 $T_{\text{opts}}/I_{\max} \sim I_{\max}$ 的变化趋势与式(14)得到的理论曲线重合。由于曲线 $T_{\text{opts}}/I_{\max} \sim I_{\max}$ 具有很高的正则性(即光滑度)与单调性,

通过仿真从统计意义上找到 T_{opts} 与信号强度之间的关系,所以由光斑灰度信息来得到最佳门限是可行的。

3 基于星像灰度信息的最优门限算法

3.1 算法的提出

基于上述分析,本文提出了由光斑灰度信息来估算最优门限的方法:

(1) 针对成像系统读出噪声与弥散半径,通过第 2 节所述方法构造星点图像,在光斑分布统计平均的情况下求最小定位误差对应的门限 T_{opts} 作为最优门限,仿真得到一系列光斑信号强度 $I_{\text{tot}}(n)$ 下对应的 $T_{\text{opts}}(n)$,令 $f(n) = T_{\text{opts}}(n)/I_{\text{tot}}(n)$,建立曲线模板 $f(n) \sim I_{\text{tot}}(n)$,其中 $I_{\text{tot}}(n) = 2n\pi\sigma_{\text{PSF}} \Delta I_{\max}$, $\Delta I_{\max} = 100$ 为建立模板所需的星像序列的光斑峰值递增量。

(2) 采用加窗方法来估算星斑强度 \bar{I}_{tot} 。在窗口范围内对星像的所有灰度值求和 $\bar{I}_{\text{tot}} = \sum I$,其中窗口大小由高斯半宽来决定,如本文高斯半宽 $\sigma_{\text{PSF}} = 0.67$,像素大小 1,则以灰度极值点为中心取开窗为 $(m+1) \times (m+1)$,其中 $m \leq 6\sigma_{\text{PSF}} = 4$ 。

(3) 用求得的星斑强度 \bar{I}_{tot} 乘以修正系数 λ 作为星点总的强度 I_{tot} ,通过曲线模板进行线性插值,得到最优门限值 \bar{T}_{opt} 。若 $I_{\text{tot}}(n) \leq \lambda \bar{I}_{\text{tot}} \leq I_{\text{tot}}(n+1)$,则 $\bar{T}_{\text{opt}} = [f(n) + \alpha(f(n+1) - f(n))] \cdot \lambda \bar{I}_{\text{tot}}$,其中 $\alpha = (\lambda \bar{I}_{\text{tot}} - I_{\text{tot}}(n)) / (I_{\text{tot}}(n+1) - I_{\text{tot}}(n))$, λ 为一通过仿真试验测定的固定系数,在本文中为 0.951 4。

3.2 算法验证

由于算法的精度主要依赖于光斑灰度估计与线性插值算法的准确性,本文对算法进行了仿真验证,对 $\Delta I_{\max} = 100$,光斑峰值为 $I_{\max} = n\Delta I_{\max}$ 的星像进行仿真建立曲线模板,以峰值为 $I_{\max} = (n+1/2)\Delta I_{\max}$ 的星像验证了灰度估计与门限估计的精度。

图 3 给出了不同信号强度下灰度估计误差 ΔI_{tot} 的平均值与标准差。由图 3 可知,在光斑峰值 I_{\max} 为 $[100, 1100]$ 的区间内,测试的星像总亮

度 I_{tot} 增加了 10 倍左右,而估计误差 ΔI_{tot} 的标准差只增加了 1/4,其均值稳定在 0 附近,因此可知随着信噪比的增加,算法对灰度信息的估计精度也会随之提高。

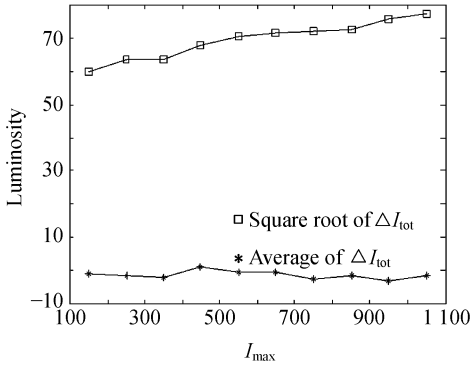


图 3 星点灰度估计精度

Fig. 3 Luminosity estimation accuracy of star spot

图 4 对采用插值算法得到的门限与实际仿真得到的最优门限进行了比较。以上两组数据都对星像中心相对像素分步所得到的数据进行了统计平均。

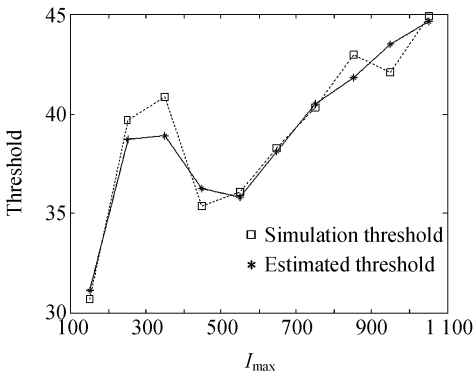


图 4 门限估计误差

Fig. 4 Estimation error of threshold

由图 4 可知,在仿真光斑峰值 I_{max} 为 [100, 1 100] 的区间范围内时,通过本文算法得到的门限与最优门限的平均偏差均 < 3 ,可见本算法具有较高的精确度。

4 门限确定方法定位精度比较

为了验证在本文算法的门限估计误差范围内,是否满足质心定位精度的要求,比较了各种门

限情况下的质心定位误差,结果如表一所示。

表 1 采用不同门限在不同信噪比下的质心偏差

Tab. 1 Centroid errors with different SNRs by adopting different thresholds

I_{max}/n^2	A	B	C	D
1.5	0.306 3	0.128 8	0.128 1	0.128 0
2.5	0.099 4	0.087 8	0.085 7	0.085 7
3.5	0.071 7	0.072 8	0.063 3	0.063 3
4.5	0.060 5	0.066 9	0.049 3	0.049 3
5.5	0.054 7	0.062 1	0.042 3	0.042 3
6.5	0.051 6	0.059 7	0.037 4	0.037 4
7.5	0.045 6	0.056 4	0.033 6	0.033 6
8.5	0.030 4	0.054 0	0.031 0	0.031 0
9.5	0.031 2	0.053 9	0.028 4	0.028 4
10.5	0.031 3	0.051 6	0.027 6	0.027 6

采用光斑峰值与读出噪声方差的比值 I_{max}/n^2 表征信噪比,由第 2 节所示方法构造星像。表 1 给出了采用不同门限情况下的质心定位精度,A 列采用读出噪声的 3 倍作为门限^[5],B 列采用光斑峰值的 1/5 作为门限^[6],C 列采用本文算法估算出的门限,D 列给出了采用实际仿真试验得到的最优门限的定位精度。由表 1 所示的结果表明,本文采用方法的定位精度在各种定位精度高于 A,B 两种门限方法。除了当信噪比为 1.5 的情况下最优门限得到的精度略有差别,随着信噪比的增加,采用本文算法得到门限值,均可得到采用质心法所能得到的最优质心定位精度。

5 结 论

门限的取值将决定加权质心法的精度,现有算法多采用固定门限进行星点灰度的修正,不能实现特定信噪比下的门限最优化。针对这一缺陷,本文提出了一种基于星点灰度信息的最优门限确定方法,该方法能有效实现加权质心算法的门限最优化。试验结果表明,在研制的相机系统可探测星等信噪比范围内,门限估计精度误差灰度值 < 3 ,比现有门限确定方法的质心定位精度提高了 1/100~1/10 pixel 量级。能够满足质心定位算法门限取值动态最优化的要求。需要指出的是,由于在信噪比很低情况下,门限的采用将会截断较多有用星像灰度信号,造成定位误差的增加,

所以在低信噪比情况下采用加权质心算法有其局限性,可以考虑采用其它算法(如相关法^[6,9])来获得更高的定位精度,但同时运算量也会相应增加。

参考文献:

- [1] 李玉峰,郝志航. 星点图像超精度亚像元细分定位算法的研究[J]. 光学技术,2005,31(5):666-671.
LI Y F, HAO ZH H. Research of hyper accuracy sub pixel subdivision location algorithm for star image[J]. *Optical Technique*, 2005, 31(5):666-671. (in Chinese)
- [2] LIEBE C C. Accuracy performance of star trackers - a tutorial [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronics Systems*, 2002, 38 (2):5872599.
- [3] 张辉,钟建勇,袁家虎. 电路噪声对星敏感器星点定位精度的影响[J]. 光学 精密工程,2006,14(6):1052-1056.
ZHANG H, ZHONG J Y, YUAN J H. Circuit noise effects on star sensor position accuracy[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(6):1052-1056. (in Chinese)
- [4] 冒蔚,季凯帆,李彬华,等. CCD 天体测量学[M]. 昆明:云南科技出版社,2003:60-73.
MAO W, JI K F, LI B H, et al.. *Astrometry Based on CCD* [M]. Kunming: Yunnan Science Press, 2003:60-73. (in Chinese)
- [5] 魏新国,张广军,江洁. 星敏感器中星图图像的星体细分定位方法研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2003,20(9):812-815.
WEI X G, ZHANG G J, JIANG J. Subdivided locating method of image for star sensetr [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003,20(9):812-815. (in Chinese)
- [6] SANDRIN T. Optimized centroid computing in a Shack-Hartmann sensor[J]. *Advancements in Adaptive Optics, SPIE*, 2004, 5490:1238-1246.
- [7] 李云飞,司国良,郭永飞. 科学级 CCD 相机的噪声分析及处理技术[J]. 光学 精密工程,2005,13(增):158-163.
LI Y F, SI G L, GUO Y F. Noise analyzing and processing for scientific grade CCD camera[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2005, 13(Supp.):158-163. (in Chinese)
- [8] 周宏潮,朱炬波,王正明. 混合泊松-高斯分布模型的参数估计[J]. 中国空间科学技术,2005(2):1-5.
ZHOU H CH, ZHU J B, WANG ZH M. Parametric estimation of mixed poisson-Gaussian distribution model[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2005(2):1-5. (in Chinese)
- [9] POYNEER L A, LAFORTUNE K, AWWAL A A S. Correlation wave-front sensing algorithms for Shack-Hartmann-based adaptive optics using a point source [Z]. *Lawrence Livermore National Lab Document, Livermore*, 2003.

作者简介:潘 波(1980—),男,湖北荆门人,博士生,主要研究方向为空间光学与图像处理技术。E-mail: panbo_1980@163.com

杨根庆(1952—),男,浙江宁波人,研究员,博士生导师,主要研究方向为小卫星总体技术。E-mail: ygq@mail.sim.ac.cn

(本栏目编辑 白雨虹)